



Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2015

Oplossingen

5 april 2015

In dit document worden oplossingen voorgesteld voor de vragen van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2015. Het spreekt voor zich dat andere methodes eventueel ook tot correcte oplossingen kunnen leiden.

Vlaamse Sterrenkunde Olympiade
Vereniging Voor Sterrenkunde
Oostmeers 122c
8000 Brugge

Het organiserend comité van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2015: Annelies Cloet-Osselaer (UGent), Jelle Dhaene (UGent), Ward Homan (KULeuven), Nicki Mennekens (VUB) en Frank Tamsin (VVS).

*<http://www.sterrenkundeolympiade.be>
info@sterrenkundeolympiade.be*

Meerkeuze vragenreeks

1. Welke uitspraak over de Noordpool, tijdens de zomerzonnewende is waar?

- a) De Zon staat er stationair aan de hemel.
- b) De Zon bereikt het zenit op de middag.
- c) De Zon beschrijft een cirkel op een hoogte van $23,5^\circ$ boven de horizon.**
- d) Het is er donker.
- e) Geen van bovenstaande.

De Zon bereikt op dat ogenblik haar meest noordelijke punt op de ecliptica en staat dan dus $23,5^\circ$ boven de equator, die op dat ogenblik de horizon vormt aan de Noordpool.

2. Een waarnemer staat op de Grote Markt in Brussel en neemt een ster waar in het zenit. Op hetzelfde ogenblik zal een andere waarnemer die zich op dezelfde breedteligging bevindt, maar 20° meer naar het westen, diezelfde ster waarnemen

- a) eveneens in het zenit;
- b) ten noorden van het zenit;
- c) ten zuiden van het zenit;
- d) ten oosten van het zenit;**
- e) ten westen van het zenit.

3. In welk van volgende situaties is het mogelijk om de volle maan waar te nemen?

- a) De Maan gaat onder omstreeks de middag.
- b) De Maan komt op omstreeks de middag.
- c) De Maan staat hoog aan de hemel bij de dageraad.
- d) De Maan gaat onder omstreeks middernacht.
- e) De Maan gaat onder wanneer de Zon opkomt.**

Bij volle maan zijn de Zon en de Maan in oppositie ten opzichte van de Aarde, en staan ze dus diametraal aan de hemel.

4. De hemel op Aarde ziet er blauw uit omdat

- a) blauw licht niet gemakkelijk geabsorbeerd wordt door de aardatmosfeer.
- b) blauw licht door de oceanen gereflecteerd wordt in de atmosfeer.
- c) blauw licht niet gemakkelijk verstrooid wordt door de aardatmosfeer.
- d) luchtmoleculen blauw licht meer verstrooien dan de andere kleuren in het visueel licht.**
- e) het menselijk oog het meest gevoelig is voor blauw licht.

5. Op welke manier kunnen kraters ons iets leren over de leeftijden van planeetoppervlakken?
- a) Inslagkraters geven aanleiding tot de productie van koolstof-14, waardoor leeftijdsbepaling op basis van radioactieve methoden mogelijk is.
 - b) Materiaal dat uitgestoten wordt bij het ontstaan van inslagkraters kan soms de Aarde bereiken, en daarvan kan dan de leeftijd bepaald worden.
 - c) De afmetingen van kraters worden kleiner op een voorspelbare wijze.
 - d) De kraterdichtheid neemt toe in de loop van de tijd, wat betekent dat oudere planeetoppervlakken meer kraters bevatten.**
 - e) Elk van bovenstaande.

Inslagkraters komen voor op planeten en manen. Bij het ontstaan van het zonnestelsel bleef veel puin rondzwerfen dat op de planeten insloeg. Daardoor vertonen veel inactieve planeten (zoals Mercurius) en manen (zoals onze Maan) nu nog veel inslagkraters. Op planeten (zoals onze Aarde) of manen (zoals de Jupitermaan Io) die geologisch actief zijn of een behoorlijke dampkring hebben, vindt men veel minder inslagstructuren doordat ze zijn uitgewist door erosie en landschap hernieuwing. Kratertellingen zijn dan ook een belangrijke gegevensbron voor planetologen om schattingen van de leeftijd van planeetoppervlakken te maken.

6. Veronderstel dat de Zon zou samentrekken en dat de massa ervan gelijk zou blijven, zodat de dichtheid zou toenemen. Wat zou er dan gebeuren met de baan van de Aarde rond de Zon?
- a) De aardbaan zou kleiner worden.
 - b) De aardbaan zou groter worden.
 - c) De Aarde zou niet meer gravitationeel gebonden zijn aan de Zon en zou dus het zonnestelsel verlaten.
 - d) De Aarde zou op de Zon invallen.
 - e) De aardbaan zou ongewijzigd blijven.**

Enkel de massa, en niet het volume is van belang voor de baan van een object onder invloed van een centrale kracht.

7. Waarom zijn de Joviaanse planeten over het algemeen groter dan de terrestrische planeten?

- a) **Door de vorming van ijs meer naar buiten in het zonnestelsel konden de Joviaanse planeten sneller groeien dan de terrestrische planeten.**
- b) In de nevel waaruit het zonnestelsel is ontstaan was er meer materiaal in de buitenste delen, waardoor daar grotere planeten konden ontstaan.
- c) De maantjes van de Joviaanse planeten hebben geholpen bij het stabiliseren van de rotatie van deze planeten, waardoor meer invallend materiaal werd afgeleid naar deze planeten.
- d) Twee van bovenstaande redenen.
- e) Alle bovenstaande redenen.

De vorming van gasreuzen wordt veelal verklaard door het zogenoemde core accretion model (ook nucleated instability model genoemd). Dit model behelst twee fasen. In de eerste stap worden planetesimalen gevormd net op dezelfde manier als dit bij rotsachtige planeten gebeurt. De vorming van deze gasreuzen gebeurt echter achter de vrieslijn: hier vallen niet alleen rotsachtige materialen in op de planeten, maar ook ijscomponenten van stoffen die enkel in gasvorm voorkomen op de plaats waar de binnenste planeten gevormd worden. Op deze manier kunnen de embryo's van de gasreuzen veel groter worden dan die van de rotsachtige planeten. Ze groeien tot ongeveer 10 keer de massa van de Aarde en zijn dan massief genoeg om zelf gas (wat nog steeds 98 % van de schijf vormt) in te vangen en op deze manier gigantische planeten te worden.

8. Iemand die op een weegschaal op Saturnus zou gaan staan, zou een gelijkaardig gewicht vaststellen als op Aarde. Wat is de reden hiervoor?

- a) Saturnus heeft ongeveer dezelfde massa als de Aarde, en gewicht hangt enkel af van de massa van de planeet.
- b) De grotere diameter van Saturnus zou normaal een groter gewicht veroorzaken, maar de ringen doen dit effect teniet.
- c) **Saturnus heeft een veel grotere massa dan de Aarde, maar op het oppervlak van de planeet bevindt men zich verder van het centrum.**
- d) Op alle planeten van het zonnestelsel zou men ongeveer hetzelfde gewicht meten, onafhankelijk van de grootte van de planeet.
- e) De grotere diameter van Saturnus zou normaal een groter gewicht veroorzaken, maar de grote planeet Jupiter compenseert dit effect.

Gewicht is eigenlijk het gevolg van de gravitatiekracht die door de planeet wordt uitgeoefend. Derhalve is – overeenkomstig de algemene gravitatiewet van Newton – het gewicht recht evenredig met de massa van de planeet en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de straal van de planeet. De massa van Saturnus is ruwweg 100 keer groter dan die van de Aarde, terwijl de straal van Saturnus ongeveer 10 keer groter is dan die van de Aarde.

9. De meeste zware elementen (waaronder we alle elementen zwaarder dan waterstof en helium verstaan) op Aarde zijn gevormd:

a) door sterren die het einde van hun leven hebben bereikt vooraleer ons zonnestelsel is ontstaan.

b) in chemische reacties die hebben plaatsgevonden in de primitieve oceanen en atmosfeer van de Aarde.

c) in kernreacties in de Zon.

d) in het hete, dichte, vroege heelal.

e) ten gevolge van menselijke activiteiten na de industriële revolutie.

Vrijwel alle elementen zwaarder dan waterstof en helium worden gevormd tijdens opeenvolgende fusiereacties in sterren; elementen zwaarder dan ijzer worden gevormd tijdens supernova-explosies. Chemische reacties vormen geen nieuwe elementen (wel andere moleculen).

Kernreacties in de Zon zetten waterstof om in helium, en bovendien is dit niet voorafgaand aan de vorming van het zonnestelsel. Het vroege heelal bestond vrijwel volledig uit waterstof en helium, en nog enkele andere lichte elementen (maar geen zware).

10. Waarom zijn astronauten in een baan rond de Aarde gewichtslös?

a) Gebrek aan wrijving zorgt voor behoud van potentiële energie.

b) De centrifugale kracht heft de zwaartekracht op.

c) De motoren van hun ruimtetuig werken de zwaartekracht van de Aarde tegen.

d) Er is daar geen zwaartekracht.

e) Ze bevinden zich in vrije val naar de Aarde met een tangentiële snelheid.

Als de verhouding tussen neerwaartse versnelling en zijwaartse snelheid net juist is, zal men zich in een baan rond de Aarde bevinden. Dit kan begrepen worden als volgt. Stel dat je een kanon op een hoge toren plaatst en evenwijdig met het oppervlak van Aarde aarde een bal afschiet. Als je zacht schiet, zal de bal wat verder op het aardoppervlak landen door de zwaartekracht. Schiet heel hard en de bal zal uiteindelijk ontsnappen naar de ruimte. Schiet net hard genoeg en de bal zal (door de kromming van de Aarde) even snel aangetrokken worden door de Aarde als de Aarde (door diens kromming) wegbuigt van onder de bal. In dit geval bevindt de bal zich in een baan rond de Aarde.

11. Een dag op Mercurius duurt dubbel zo lang als een jaar op Mercurius. Dit merkwaardige feit

a) betekent dat de rotatieperiode (beweging rond de as) van Mercurius langer moet zijn dan de revolutieperiode (beweging rond de Zon).

b) is het resultaat van getijdenwerking tussen Mercurius en zijn manen.

c) is een gevolg van het sterk magnetisch veld van Mercurius.

d) is te wijten aan het feit dat de rotatieperiode van Mercurius $2/3$ is van zijn revolutieperiode.

e) vindt zijn verklaring in relativistische correcties op de gravitatie theorie van Newton.

12. Welke van volgende uitspraken over de manen van Mars is waar?

- a) De manen van Mars bestaan hoofdzakelijk uit ijzer en nikkel.
- b) De manen van Mars bestaan hoofdzakelijk uit bevroren water (ijs) en koolstofdioxide.
- c) De manen van Mars zijn niet bolvormig omdat ze klein zijn en hun gravitatie daardoor niet sterk genoeg is om ze bolvormig te maken.**
- d) De manen van Mars bewegen in een retrograde baan rond Mars.
- e) De manen van Mars zijn gevormd uit materiaal dat is uitgeworpen door vulkanen op Mars.

13. Er wordt een exoplaneet ontdekt met een massa die 40 keer groter is dan die van onze Aarde en die een baan rond haar centrale ster beschrijft met een straal ongeveer 25 astronomische eenheden. Over deze exoplaneet doen we vier uitspraken:

- (I) De exoplaneet heeft een vermoedelijke dichtheid in de orde van 5 gram/cm^3 .
 - (II) De exoplaneet heeft een straal die vermoedelijk 5 tot 10 keer groter is dan de straal van de Aarde.
 - (III) De exoplaneet heeft vermoedelijk meerdere maantjes.
 - (IV) De exoplaneet bestaat vermoedelijk voor een aanzienlijk deel uit waterstof en helium.
- Welke van bovenstaande uitspraken mogen aanzien worden als redelijke veronderstellingen over de beschouwde exoplaneet?

- a) (I) en (IV);
- b) (I), (II) en (III);
- c) (II), (III) en (IV);**
- d) (I), (II) en (IV);
- e) (I), (II), (III) en (IV).

De beschreven situatie is min of meer te vergelijken met een planeet zoals Uranus of Neptunus, die dus niet de dichtheid hebben van een rotsplaneet.

14. Over enkele miljarden jaren zal de bewoonbare zone van het zonnestelsel de Aarde niet meer bevatten, maar wel

- a) Mars.**
- b) Mercurius.
- c) Venus.
- d) de Maan.
- e) de objecten in de Oortwolk.

Wanneer de Zon een rode reus wordt, zal de bewoonbare zone zich verder naar buiten verplaatsen in het zonnestelsel.

15. Welke zou de diameter moeten zijn van een telescoop met één enkele hoofdspiegel, die evenveel licht zou verzamelen als zes telescopen met elk een hoofdspiegel van 4 meter diameter samen?

- a) 24 meter
- b) 16 meter
- c) 4,9 meter
- d) 9,8 meter**
- e) 64 meter

Bepalend is het totale spiegeloppervlak. Zes telescopen met een straal van 2 meter, hebben samen een oppervlakte van $6 \times \pi 2^2 \text{ m}^2$. De straal van één enkele telescoop met hetzelfde spiegeloppervlak zou dus $2 \cdot \sqrt{6} \text{ meter} = 4,9 \text{ meter}$ moeten bedragen.

16. Een ster heeft een lichtkracht die 44000 keer groter is dan die van onze Zon en een oppervlaktetemperatuur die 20000 K bedraagt (dus ongeveer 3,5 keer groter is dan bij de Zon). Wat is de straal die je bij zo'n ster zou verwachten?

- a) 17 keer groter dan de straal van de Zon;**
- b) 3,5 keer kleiner dan de straal van de Zon;
- c) 2200 keer groter dan de straal van de Zon;
- d) 3,5 keer groter dan de straal van de Zon;
- e) 9,3 keer groter dan de straal van de Zon.

De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht L van een zwarte straler, en de straal R en de temperatuur T ervan, volgens $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ waarbij $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.

Hieruit kunnen we afleiden dat $\frac{L}{L_{\odot}} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4}$ zodat $\frac{R}{R_{\odot}} = \left(\frac{T_{\odot}}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{L_{\odot}}} \approx \left(\frac{1}{3,5}\right)^2 \sqrt{44000}$.

17. Een astronoom meet het licht van twee objecten A en B en leidt hieruit af dat beide objecten zich als zwarte lichamen gedragen. Voor object A bevindt de piek van de waargenomen emissie zich op golflengte 1000 mm, terwijl dit voor object B op golflengte 200 mm is. Wat is de verhouding van hun effectieve temperaturen T_A en T_B ?

- a) $T_A / T_B = 5$
- b) $T_A / T_B = 1/5$**
- c) $T_A / T_B = 25$
- d) $T_A / T_B = 1/25$
- e) $T_A / T_B = 1/625$

De golflengte λ_{max} waarbij een ster van temperatuur T maximaal straalt, kan berekend worden met de verschuivingswet van Wien: $\lambda_{\text{max}} \cdot T = b$ waarbij $b = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$. Hieruit kunnen we afleiden dat $\lambda_A \cdot T_A = \lambda_B \cdot T_B$ en dus $\frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{200 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}}$.

18. Welk enig evolutionair stadium kan volgen na de witte dwerg?

- a) Geen.
- b) Neutronenster.
- c) Bruine dwerg.
- d) Type Ia supernova.**
- e) Planetaire nevel.

Er bestaan twee scenario's die kunnen volgen na de vorming van de witte dwerg. Als de dwerg geen andere sterren in zijn omgeving heeft, zal deze zachtjes uitdoven tot het punt dat het object niet meer observeerbaar is. Indien er wel een ster in de buurt bestaat en deze is toevallig in een levensfase waarin die veel massa verliest, is het mogelijk dat de witte dwerg een deel van de uitgestoten massa absorbeert. In het geval dat de dwerg genoeg massa aangetrokken heeft en de massa ervan 1,4 zonsmassa's (de Chandrasekhar limiet) bereikt, wordt de dwerg instabiel. Deze instabiliteit propageert zeer snel doorheen de dwerg en zorgt uiteindelijk voor een explosieve verbranding van de koolstof waaruit de dwerg bestaat, hetgeen tot de spectaculaire vernietiging van het object leidt.

19. Welke van volgende stellingen is correct?

- a) Er bestaan geen groene sterren.**
- b) Het noorderlicht wordt veroorzaakt door de botsing tussen het magnetische veld van de Zon en dat van de Aarde.
- c) Sterren met een massa kleiner dan 9 zonsmassa's kunnen geen elementen zwaarder dan ijzer synthetiseren.
- d) Theoretisch gezien kunnen sterren oneindig groot worden.
- e) Hoe verder men kijkt, hoe verder men terugkijkt in de tijd. Men kan dus, met een telescoop die sterk genoeg is, terugkijken tot aan de big bang.

Sterren kunnen onmogelijk groen zijn omdat hun emissie kan benaderd worden door een zwart lichaam en omdat groen zich ergens in het midden van het kleurenspectrum bevindt. Dit wil zeggen dat als de zwartlichaamstraling piekt in het groen, er ook substantiële hoeveelheden blauw en rood worden uitgezonden. De resulterende combinatie van de uitgezonden kleuren geeft geel. Verhoog de temperatuur van de ster en de resulterende kleur verschuift naar het blauw, verlaag de temperatuur en de kleur verschuift naar het rood.

20. De Zon heeft een lichtkracht van ongeveer $3,9 \cdot 10^{26}$ watt. Vergelijk het aandeel hiervan dat op de Aarde terechtkomt met het gemiddelde verbruik van alle menselijke activiteit in 2008.

- a) De hoeveelheid zonne-energie is ongeveer gelijkaardig.
- b) De hoeveelheid zonne-energie is ongeveer 100 keer zo groot.
- c) De hoeveelheid zonne-energie is ongeveer 1000 keer zo groot.
- d) De hoeveelheid zonne-energie is ongeveer 10000 keer zo groot.**
- e) De hoeveelheid zonne-energie is ongeveer 100000 keer zo groot.

De totale energieconsumptie van de menselijke activiteit in 2008 is ongeveer 144000 terawatt-uur. Dit kan je vergelijken met de totale energie die neerslaat op de aardschijf op een afstand van ongeveer 150 miljoen kilometer van de Zon. Je zal een verhouding van ongeveer 10000 vinden. Een interessante opmerking is dat maar ongeveer 8300 terawatt-uur afkomstig was van nucleaire energie, wat wil zeggen dat de overgrote meerderheid van de verbruikte energie een of andere vorm was van opgeslagen zonne-energie.

21. Met behulp van een spectrograaf nemen we een gloeilamp waar die schijnt doorheen een koel gas dat zich tussen de waarnemer en de lamp bevindt. Wat zullen we dan waarnemen?

- a) een continu spectrum met absorptielijnen;**
- b) een continu spectrum met zowel donkere absorptielijnen als heldere emissielijnen;
- c) een spectrum met louter emissielijnen;
- d) een continu spectrum met daarbovenop heldere emissielijnen;
- e) een continu spectrum.

Dit kan verklaard worden aan de hand van de stralingswetten van Kirchhoff.

22. Ster A is een M-type hoofdreeksster en ster B is een B-type hoofdreeksster. Welk van volgende uitspraken is dan correct?

- a) Ster B is minder lichtkrachtig dan ster A.
- b) Ster B heeft een lagere oppervlaktetemperatuur dan ster A.
- c) Ster B brengt minder tijd door op de hoofdreeks dan ster A.**
- d) Ster B is roder dan ster A.
- e) Geen van bovenstaande uitspraken is correct.

23. Onderstaande processen komen allemaal voor bij de levensloop van zware sterren ($M > 8 M_{\odot}$, waarbij $M_{\odot}$ staat voor de massa van de Zon). Welk van deze processen treft men eveneens aan in het levensverloop van sommige lichte sterren ($1 M_{\odot} \leq M \leq 8 M_{\odot}$)?

- a) het r-proces;
- b) koolstofverbranding;
- c) post-hoofdreeks sterrenwind;**
- d) supernova;
- e) elk van de genoemde processen kan ook bij lichte sterren voorkomen.

Wanneer sterren afwijken van de hoofdreeks, verhoogt hun lichtkracht met enkele grootteorden. Voor de lichtere sterren zal deze hoeveelheid uitgezonden licht uiteindelijk een stofgedreven wind teweegbrengen. In deze wind wordt materiaal uitgestoten door middel van intense stralingsdruk op (gewoonlijk opake) stofdeeltjes, die hierdoor naar buiten worden geduwd en het omliggende gas meesleuren. Voor zwaardere sterren verhoogt de lichtkracht zo sterk, dat een lijngedreven wind wordt gevormd. In zulke wind vangen de spectraallijnen van atomen en moleculen van het stellaire gas zodanig veel licht, dat de stralingsdruk op deze deeltjes substantieel genoeg wordt om deze deeltjes uitwaarts te duwen.

24. Het Andromedastelsel bevindt zich op een afstand van 700000 parsec. De VLBI radio-interferometer heeft een hoekresolutie van 0,001 boogseconden. Wat is de grootte van de kenmerken die men met de VLBI typisch nog zal kunnen waarnemen in het Andromedastelsel?

- a) 0,2 parsec;
- b) 0,06 parsec;
- c) 0,003 parsec;**
- d) 700 parsec;
- e) 0,5 parsec.

Een kenmerk met ruimtelijke afmeting a zal op een afstand d gezien worden onder een hoek $\beta = \frac{a}{d}$ waarbij β uitgedrukt is in radialen. In dit geval is dus $d = 700000$ parsec, $\beta = 0,001''$. Wetende dat $1 \text{ radiaal} = 206265''$, bekomen we het gezochte resultaat.

25. Hierna volgen enkele combinaties van informatie over de Zon en haar baan in het Melkwegstelsel. Op basis van welke combinatie kan bepaald worden hoeveel massa zich bevindt binnen de baan van de Zon rond het centrum van de Melkweg?

- a) **De afstand van de Zon tot het Melkwegcentrum en haar baanperiode.**
- b) De massa van de Zon en haar baansnelheid.
- c) De afstand van de Zon tot het Melkwegcentrum en de leeftijd van de Zon.
- d) De massa van de Zon en de leeftijd van de Zon.
- e) De massa van de Zon en haar afstand tot het centrum van het Melkwegstelsel.

Wanneer we een testmassa m beschouwen die zich op een afstand r van het centrum van het Melkwegstelsel bevindt, dan ondervindt die de gravitatiekracht van alle massa $M(r)$ die zich binnen een straal r van het centrum van het Melkwegstelsel ophoudt.

Anderzijds leert de dynamica van de cirkelvormige beweging dat de centripetale versnelling van dergelijke testmassa $(v(r))^2 / r$ is, waarbij $v(r)$ de rotatiesnelheid van de testmassa is.

Als we deze twee zaken combineren, komen we tot

$$G \frac{mM(r)}{r^2} = m \frac{(v(r))^2}{r}$$

waaruit volgt dat

$$M(r) = \frac{(v(r))^2 r}{G}$$

met $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ de universele gravitatieconstante.

De rotatiesnelheid van de Zon rond het Melkwegcentrum kan bepaald worden aan de hand van de afstand van de Zon tot het Melkwegcentrum en haar baanperiode.

26. Welk van onderstaande uitspraken over dopplerverschuivingen is waar?

- a) De dopplerverschuiving wijzigt de golflengte van de $H\alpha$ -lijn alleen.
- b) Iedereen die eenzelfde bewegend object waarneemt, zal eenzelfde dopplerverschuiving meten (op de meetfouten na), onafhankelijk van waar de waarneming gebeurt.
- c) **Een dopplerverschuiving kan herkend worden doordat een bekend patroon van spectrale fenomenen op de 'verkeerde' golflengten lijkt voor te komen.**
- d) Bewegende objecten vertonen steeds dopplerverschuivingen naar de roedere golflengten toe.
- e) Aangezien alles in de ruimte beweegt, mogen we een dopplerverschuiving verwachten bij elk astronomisch object.

27. Welk van volgende gebeurtenissen kan niet de oorzaak zijn van een roodverschoven spectrum?

- a) Licht dat wordt uitgezonden in de nabijheid van een massarijk object.
- b) De expansie van het heelal.
- c) Licht dat passeert doorheen een stofwolk.**
- d) Licht dat wordt uitgezonden door een object dat zich van ons weg beweegt.
- e) Alle bovenstaande gebeurtenissen kunnen wel degelijk een roodverschoven spectrum veroorzaken.

Bij licht dat passeert doorheen een stofwolk wordt blauwe straling meer geabsorbeerd dan rode straling, waardoor een zogenoemde verroding van het licht optreedt. Dit is evenwel geen roodverschuiving, aangezien het niet gaat om de wijziging van de golflengte van het licht.

28. Quasars bevinden zich steeds op grote afstanden. Waarom treffen we geen nabije quasars aan?

- a) In het recente verleden bestaan er geen quasars.**
- b) Quasars vermijden spiraalstelsels.
- c) Quasars komen enkel voor in clusters van sterrenstelsels.
- d) Wanneer quasars zich dicht bij ons bevinden, zien ze er net uit als pulsars.
- e) Het klopt niet: er worden wel degelijk ook nabije quasars waargenomen.

Een quasar (Engelse afkorting voor quasi-stellar radio source), is een astronomisch object, dat in optische telescopen op een ster lijkt (dat wil zeggen een puntbron is), maar een zeer hoge roodverschuiving heeft en zich dus op zeer grote afstand van miljarden lichtjaren bevindt. Vanwege deze afstand en de eindige snelheid van het licht zien wij quasars zoals ze er miljarden jaren geleden, toen het heelal nog jonger was, uitzagen. Quasars werden enkel gevormd in het jonge heelal.

29. Welk van volgende zaken is kenmerkend voor koude donkere materie ('cold dark matter')?

- a) De grootste structuren (zoals clusters) vormen zich vooraleer de kleinere objecten (zoals dwergstelsels) worden gevormd.
- b) Koude objecten (zoals moleculaire wolken) komen veel meer voor dan hetere objecten (zoals HII gebieden).
- c) Grootschalige structuren met enerzijds grote leegtes en anderzijds dichte muren en filamenten.**
- d) Kleinschalige structuren in de spiraalarmen van sterrenstelsels.
- e) Geen van bovenstaande.

30. Een waarnemer bevindt zich op een afstand van 3 miljard lichtjaar van ons vandaan. Wat zou hij/zij dan kunnen zien als hij/zij onze richting uitkijkt?

- a) De meeste sterrenstelsels komen naar hem of haar toe.
- b) Hij/zij neemt ongeveer evenveel sterrenstelsels waar met roodverschuiving als sterrenstelsels met blauwverschuiving.
- c) Alle sterrenstelsels lijken zich weg te bewegen vanuit een punt nabij het centrum van ons Melkwegstelsel.
- d) Hij/zij stelt dezelfde wet van Hubble vast als wij.**
- e) Geen van bovenstaande.

1.	C
2.	D
3.	E
4.	D
5.	D
6.	E
7.	A
8.	C
9.	A
10.	E

11.	D
12.	C
13.	C
14.	A
15.	D
16.	A
17.	B
18.	D
19.	A
20.	D

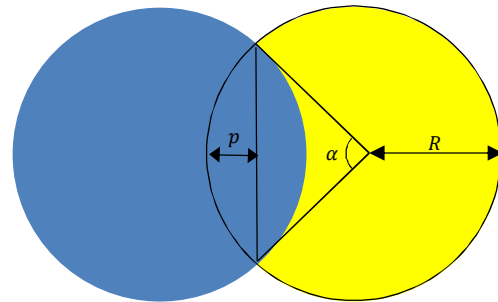
21.	A
22.	C
23.	C
24.	C
25.	A
26.	C
27.	C
28.	A
29.	C
30.	D

Open vragenreeks I: eclipsen

Vraag 1.

Bij de zonsverduistering van 20 maart 2015 gaat in Brugge 84,3% van de zonnediameter achter de Maan schuil (op het ogenblik van maximale eclips). Hoeveel procent van het oppervlak van de zonneschijf blijft er dan nog zichtbaar?

Eerst en vooral is uiteraard duidelijk dat het hier om een gedeeltelijke zonsverduistering gaat, en zeker niet om een ringvormige. Voor deze berekening nemen we aan dat Zon en Maan ongeveer dezelfde hoekdiameter hebben (i.e. er aan de hemel even groot uitzien), en dat het middelpunt van de maanschijf exact over het middelpunt van de zonneschijf heen beweegt (i.e. dat we met een centrale zonsverduistering te maken hebben).



Het nog zichtbare (onbedekte) deel van de zonneschijf is in de figuur hiernaast in het geel aangeduid. De oppervlakte van dit onbedekte deel is de oppervlakte van de cirkel verminderd met de oppervlakte van twee cirkelsegmenten. De oppervlakte van één cirkelsegment is de oppervlakte van de cirkelsector opgespannen door de middelpuntshoek α , verminderd met de oppervlakte van de gelijkbenige driehoek met tophoek α . Bijgevolg is de oppervlakte van zo'n cirkelsegment

$$R^2 \cdot \frac{\alpha}{2} - R \cos \frac{\alpha}{2} \cdot R \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} R^2 (\alpha - \sin \alpha)$$

waarbij α dan vanzelfsprekend is uitgedrukt in radialen.

Het nog zichtbare gedeelte van het zonsoppervlak is bijgevolg

$$\pi R^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} R^2 (\alpha - \sin \alpha) = \pi R^2 - \alpha R^2 + R^2 \sin \alpha$$

Zij nu p de pijl van het cirkelsegment, dan is

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{R-p}{R} = 1 - \frac{p}{R}$$

zodat

$$\alpha = 2 \arccos \left(1 - \frac{p}{R} \right)$$

Het feit dat 84,3% van de zonnediameter achter de Maan schuilgaat, betekent dat

$$2p = 0,843 \times 2R$$

waaruit volgt dat

$$\alpha = 2 \arccos(0,157) = 2,826$$

Het nog zichtbare deel van het zonsoppervlak is dan

$$\frac{\pi R^2 - \alpha R^2 + R^2 \sin \alpha}{\pi R^2} = 1 - \frac{\alpha - \sin \alpha}{\pi} = 1 - 0,801 = 0,199$$

hetzij 19,9%.

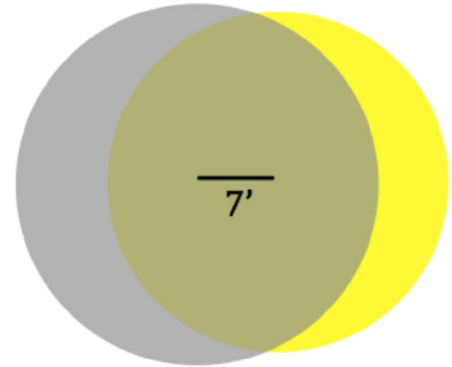
Vraag 2.

Bij een bepaalde zonsverduistering bedraagt de diameter van de Zon aan de hemel $31'$ en bedraagt de diameter van de Maan aan de hemel $33'$. Op het ogenblik van maximale eclips bevinden de middelpunten van de Zon en de Maan zich $7'$ van elkaar aan de hemel.

a) Toon aan dat het hier zeker niet om een totale eclips kan gaan.

De straal van de Maan aan de hemel is $16,5'$ en de straal en van de Zon aan de hemel is $15,5'$. Op het ogenblik van maximale eclips bevinden de middelpunten van beide hemellichamen zich op $7'$ van elkaar. Dit impliceert dat dan $15,5' + 7' - 16,5' = 6'$ van de zonnediameter niet door de Maan is bedekt. Bijgevolg is er dan geen sprake van een totale eclips.

Men kan dit ook nog als volgt inzien. Veronderstel dat de middelpunten van de zonnescijf en de maanscijf zouden samenvallen. Gezien in deze situatie de diameter van de Maan $2'$ graden groter is dan die van de Zon, zal de maanscijf als het ware de zonnescijf 'omranden' met $1'$. Als men dus de maanscijf zou 'verschuiven' met meer dan $1'$ dan zou die die zonnescijf niet meer volledig bedekken, wat dus a fortiori het geval is als de verschuiving $7'$ bedraagt.



b) Welk percentage van de oppervlakte van de zonnescijf was door de Maan bedekt op het tijdstip van maximale eclips?

Het bedekte deel van het zonsoppervlak bestaat uit twee cirkelsegmenten: een segment van de cirkel met als straal r deze van de Zon, en een segment van de cirkel met als straal R deze van de Maan (zie figuur rechts). Door de snijpunten van beide cirkels te berekenen, kunnen ook de middelpuntshoeken van deze cirkelsegmenten berekend worden, en dan vervolgens ook de oppervlakten van de segmenten. Voor een gedetailleerde uitwerking verwijzen we bijvoorbeeld naar <http://mathworld.wolfram.com/Circle-CircleIntersection.html>.

Dit leidt tot volgende formule voor de bedekte oppervlakte

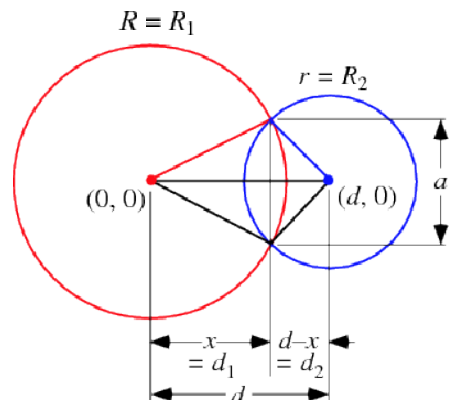
$$A = r^2 \arccos \frac{d^2 + r^2 - R^2}{2dr} + R^2 \arccos \frac{d^2 + R^2 - r^2}{2dR} - \frac{1}{2} \sqrt{(-d + r + R)(d + r - R)(d - r + R)(d + r + R)}$$

In ons geval is $d = 7'$, $R = 16,5'$ en $r = 15,5'$.

Het bedekte deel van de zonnescijf is dan

$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{580,49}{754,77} = 0,769$$

hetzij dus 76,9%.



Vraag 3.

Bij een bepaalde ringvormige zonsverduistering zijn de angulaire diameters van de Zon en de Maan respectievelijk $32,6'$ en $29,4'$. Hoeveel keer is het zonlicht dan verzwakt (uitgaande van een uniforme oppervlaktehelderheid van de Zon)?

Noemen we zoals hierboven r de straal van de Zon en R de straal van de Maan (waarbij in tegenstelling tot de vorige vraag thans $R < r$), dan kan het niet-bedeekte deel van de zonneschijf berekend worden als

$$\frac{\pi r^2 - \pi R^2}{\pi r^2} = 1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 = 0,187$$

Dit betekent dat – uitgaande van een uniforme oppervlaktehelderheid van de Zon – nog slechts 18,7% van het zonlicht zichtbaar blijft, hetzij dat de Zon 5,36 keer is verzwakt.

Vraag 4.

De afstand tussen de Zon en Jupiter bedraagt 5,2 astronomische eenheden. Ganymedes, de grootste maan van Jupiter, heeft een diameter van 5262 kilometer. De diameter van Jupiter bedraagt 142800 kilometer.

a) Bereken de maximale afstand waarop Ganymedes zich van Jupiter mag bevinden, opdat dit hemellichaam voor (hypothetische) waarnemers op Jupiter een totale zonsverduistering zou kunnen veroorzaken.

De maximale afstand waarop dit mogelijk is, doet zich voor als de top J van de schaduwkegel van Ganymedes net nog Jupiter raakt.

Dit is schematisch weergegeven op de figuur. Daarbij stellen Z en G het centrum van respectievelijk de Zon en Ganymedes voor, en zijn C en B de raakpunten van de schaduwkegel aan de Zon en aan Ganymedes.

We noemen nu R de straal van de Zon, r_G de straal van Ganymedes, $D = |JZ|$ de afstand van de Zon tot Jupiter en $d_G = |JG|$ de maximale afstand van Ganymedes waarbij zich nog een totale zonsverduistering kan voordoen voor een waarnemer op Jupiter.

De driehoeken JZC en JGB zijn gelijkvormig, zodat

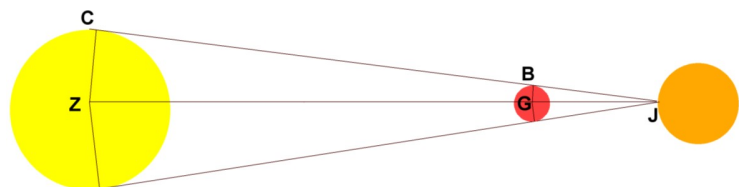
$$\frac{d_G}{D} = \frac{r_G}{R}$$

Men vindt gemakkelijk dat $R = 696000$ km en dat $D = 5,2$ AE = 780000000 km.

Gezien $r_G = 2631$ km volgt hieruit meteen dat

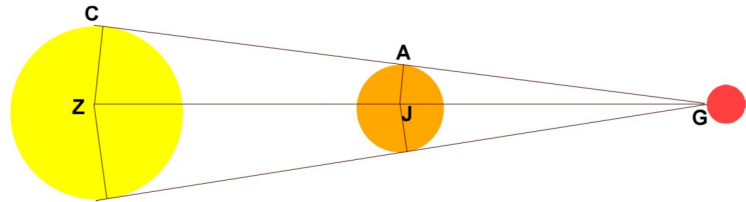
$$d_G = 2948534 \text{ km}$$

de maximale afstand is waarop Ganymedes zich van Jupiter mag bevinden, opdat dit hemellichaam voor (hypothetische) waarnemers op Jupiter een totale zonsverduistering zou kunnen veroorzaken.



b) Bereken de afstand waarop Ganymedes zich van Jupiter zou moeten bevinden, opdat Jupiter voor (fictieve) bewoners van Ganymedes een totale zonsverduistering zou kunnen veroorzaken.

De maximale afstand waarop dit mogelijk is, doet zich voor als de top G van de schaduwkegel van Jupiter net nog Ganymedes raakt. Dit is schematisch weergegeven op de figuur. Daarbij stellen Z en J het centrum van respectievelijk de Zon en Jupiter voor, en zijn C en A de raakpunten van de schaduwkegel aan de Zon en aan Jupiter.



We noemen nu R de straal van de Zon, r_J de straal van Jupiter, $D = |JZ|$ de afstand van de Zon tot Jupiter en $d_J = |JG|$ de maximale afstand van Ganymedes tot Jupiter waarbij zich nog een totale zonsverduistering kan voordoen voor een waarnemer op Ganymedes.

De driehoeken GZC en GJA zijn gelijkvormig, zodat

$$\frac{d_J}{D+d_J} = \frac{r_J}{R}$$

hetgeen men kan omvormen tot

$$d_J = \frac{Dr_J}{R-r_J}$$

Opnieuw is $R = 696000$ km en $D = 5,2$ AE = 780000000 km.

Gezien $r_J = 71400$ km volgt hieruit meteen dat

$$d = 89164265 \text{ km}$$

de maximale afstand is waarop Ganymedes zich van Jupiter zou moeten bevinden, opdat Jupiter voor (fictieve) bewoners van Ganymedes een totale zonsverduistering zou kunnen veroorzaken.

Open vragenreeks II: helderheid en afstand

Vanop Aarde gezien is Sirius (in het sterrenbeeld Grote Hond) de helderste ster aan de nachthemel. In werkelijkheid is Sirius echter een dubbelster. Het feit dat we de ster zo helder waarnemen, heeft twee oorzaken: haar intrinsieke lichtkracht en haar nabijheid tot de Aarde. Mizar is eveneens een optisch meervoudig stersysteem (in het sterrenbeeld Grote Beer), bestaande uit vier sterren die langs dezelfde gezichtslijn vanaf de Aarde gelegen zijn. Enkele van deze sterren zijn ook gravitationeel aan elkaar gebonden.

Veronderstel nu dat een waarnemer P zich bevindt op een planeet in het planetenstelsel van Sirius.

Verder is ook nog volgende informatie gegeven:

- De afstand van Sirius tot de Aarde (of tot de Zon): $d_{SA} = d_{SZ} = 2,6$ pc (parsec).
- De schijnbare magnitude van Sirius zoals we die op Aarde waarnemen: $m_{SA} = -1,46$.
- De afstand van Zon tot de Aarde: $d_{ZA} = 1$ AE (astronomische eenheid).
- De schijnbare magnitude van Zon zoals we die op Aarde waarnemen: $m_{ZA} = -26,78$.
- De afstand van Sirius tot de planeet waarop waarnemer P zich bevindt: $d_{SP} = 10$ AE.
- De schijnbare magnitudes en de parallaxen van de sterren in het Mizar-systeem:

Ster nummer	Ster naam	Schijnbare magnitude	Parallax in milliboogseconden
1	Alcor	$3,99 \pm 0,01$	$39,9 \pm 0,13$
2	Mizar A	$1,23 \pm 0,01$	$38,0 \pm 1,71$
3	Mizar B	$3,86 \pm 0,01$	$38,0 \pm 1,71$
4	Sidus Ludoviciana	$7,56 \pm 0,01$	8 ± 4

Vraag 1

a) Bepaal de schijnbare magnitude m_{ZP} van de Zon zoals die door de waarnemer P wordt waargenomen.

Vooreerst bepalen we de absolute magnitude $M_{\odot}$ van de Zon. Daarvoor maken we gebruik van de afstandsformule $M_{\odot} = m_{ZA} + 5 - 5 \log d_{ZA}$ waarbij d_{ZA} uitgedrukt is in parsec; merk daarbij op dat $1 \text{ AE} = \frac{1}{206265} \text{ pc}$. Dit leidt tot $M_{\odot} = 4,79$.

Door omvorming van de afstandsformule bekomen we nu verder

$$m_{ZP} = M_{\odot} - 5 + 5 \log d_{SZ}$$

Invullen van de gegevens en de eerder berekende waarde, levert dan $m_{ZP} = 1,86$.

b) Bepaal de schijnbare magnitude m_{SP} van het Sirius systeem zoals die door de waarnemer P wordt waargenomen.

Analoog als in de vorige vraag berekenen we via de afstandsformule eerst de absolute magnitude M_S van Sirius:

$$M_S = m_{SA} + 5 - 5 \log d_{SA} = 1,47.$$

We gebruiken nu opnieuw de afstandsformule en bekomen

$$m_{SP} = M_S - 5 + 5 \log d_{SP} = 1,47 - 5 + 5 \log \frac{10}{206265} = -25,10$$

Vraag 2

a) Bereken de absolute magnitudes van elk van de vier sterren van het volledige Mizar-systeem.

Hiervoor passen we telkens de afstandsformule

$$M = m + 5 + 5 \log p$$

waarbij de parallax p is uitgedrukt in boogseconden. Hierbij is gebruikgemaakt van het feit dat

$d = \frac{1}{p}$ waarbij de afstand d is uitgedrukt in parsec en de parallax p in boogseconden. Merk op dat in bovenstaande tabel de parallaxes zijn uitgedrukt in milliboogseconden.

We bekomen achtereenvolgens:

$$M_1 = 1,99$$

$$M_2 = -0,87$$

$$M_3 = 1,76$$

$$M_4 = 2,08$$

b) Bereken de gecombineerde intrinsieke lichtkracht L_{Mizar} van het Mizar systeem (bestaande uit vier sterren).

De lichtkracht van de individuele sterren kan berekend worden op basis van de formule van

Pogson: $\frac{L}{L_{\odot}} = (\sqrt[5]{100})^{M_{\odot} - M}$, waarbij eerder reeds werd bepaald dat $M_{\odot} = 4,79$. We vinden:

$$L_1 = 13,12 L_{\odot}$$

$$L_2 = 183,84 L_{\odot}$$

$$L_3 = 16,31 L_{\odot}$$

$$L_4 = 12,18 L_{\odot}$$

De gezamenlijke lichtkracht $L_{\text{Mizar}} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 225,45 L_{\odot}$.

Aangezien $1 L_{\odot} \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$ is $L_{\text{Mizar}} \approx 9 \cdot 10^{28} \text{ W}$.

Vraag 3

a) Welke van de vier sterren van het Mizar-systeem zijn ook gravitationeel gebonden met elkaar. Leg uit op basis van de hier beschikbare gegevens (of informatie die eruit afgeleid kan worden).

De parallaxes laten vermoeden dat Mizar A en Mizar B vrijwel zeker gravitationeel gebonden zijn. Ook de parallax van Alcor wijkt hier niet erg sterk van af, zodat wellicht ook Alcor gravitationeel gebonden is aan dit systeem (al zouden bijkomende gegevens nodig zijn om hierover effectief uitsluitsel te kunnen geven).

b) Bereken de gemiddelde afstand d_{MA} tussen de gravitationeel gebonden sterren van het Mizar systeem en de Aarde.

Op basis van de formule $d = \frac{1}{p}$ waarbij de afstand d is uitgedrukt in parsec en de parallax p in boogseconden, bekomen we

$$d_1 = 25,06 \text{ pc}$$

$$d_2 = 26,32 \text{ pc}$$

$$d_3 = 26,32 \text{ pc}$$

Als gemiddelde levert dit

$$d_{MA} = \frac{1}{3}(d_1 + d_2 + d_3) = 25,90 \text{ pc}$$

c) Schat de mogelijke fout op de berekende afstand d_{MA} .

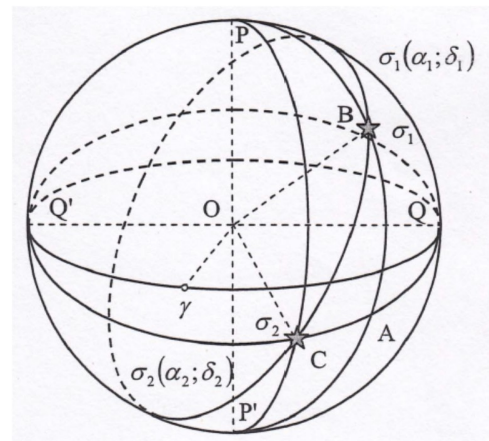
Als we telkens de laagste waarde voor de parallax nemen, bekomen we als gemiddelde afstand 26,75 pc; telkens de laagste waarde voor de parallax nemen, levert 25,12 pc als gemiddelde afstand.

Vraag 4

De equatoriale coördinaten van Mizar (aangeduid als σ_1 op de figuur hiernaast) en van Sirius (aangeduid als σ_2 op de figuur hiernaast) zijn:

- Rechte klimming van Mizar:
 $\alpha_{\text{Mizar}} = \alpha_1 = 13^{\text{h}}23^{\text{m}}55,5^{\text{s}}$.
- Declinatie van Mizar:
 $\delta_{\text{Mizar}} = \delta_1 = 54^{\circ}55'31''$.
- Rechte klimming van Sirius:
 $\alpha_{\text{Sirius}} = \alpha_2 = 6^{\text{h}}45^{\text{m}}$.
- Declinatie van Sirius:
 $\delta_{\text{Sirius}} = \delta_2 = -16^{\circ}43'$.

a) Bereken de geocentrische hoekafstand $\Delta\theta$ tussen het Mizar systeem en het Sirius systeem (i.e. de hoek die we vanop Aarde tussen beide sterren zien).



We beschouwen de boldriehoek gevormd door de noordelijke hemelpool (P op de figuur hierboven), en de sterren Mizar (B op de figuur) en Sirius (C op de figuur). Aldus zijn de zijden $PB = 90^{\circ} - \delta_1$ en $PC = 90^{\circ} - \delta_2$. De maatgetal van de tophoek wordt bekomen als het verschil van de rechte klimmingen $\alpha_1 - \alpha_2$ ($6^{\text{h}}38^{\text{m}}55,5^{\text{s}}$, om te zetten naar graden).

De cosinusregel voor boldriehoeken leert ons dan dat

$$\cos \Delta\theta = \cos(90^{\circ} - \delta_1) \cos(90^{\circ} - \delta_2) + \sin(90^{\circ} - \delta_1) \sin(90^{\circ} - \delta_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

zodat

$\cos \Delta\theta = \cos 35^\circ 04' 29'' \cos 106^\circ 43' + \sin 35^\circ 04' 29'' \sin 106^\circ 43' \cos 99^\circ 43' 52''$
 waaruit

$\cos \Delta\theta = -0,32843$
 en uiteindelijk

$$\Delta\theta \approx 109^\circ$$

b) Bereken de gemiddelde afstand d_{MP} tussen de gravitationeel gebonden sterren van het Mizar systeem en de waarnemer P.

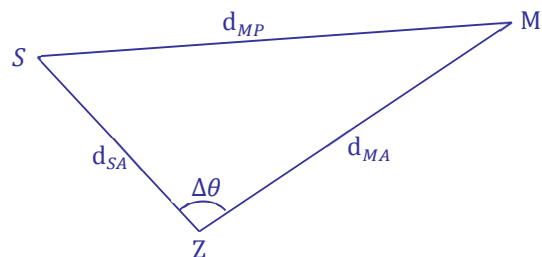
Hiertoe beschouwen we de vlakke driehoek gevormd door de Zon Z, het Mizar systeem M en de waarnemer P op een planeet rond Sirius S (waarbij de onderlinge afstand tussen S en P verwaarloosbaar is ten opzichte van de andere betrokken afstanden).

In deze driehoek geldt de cosinusregel

$$d_{MP}^2 = d_{SA}^2 + d_{MA}^2 - 2d_{SA}d_{MA} \cos \Delta\theta$$

Op basis van de gegevens en de eerder berekende waarden vinden we hieruit

$$d_{MP} = 26,9 \text{ pc}$$



c) Bereken de schijnbare magnitude m_{MP} van (de gravitationeel gebonden sterren van) het Mizar systeem zoals waargenomen door de waarnemer P.

Hoger hebben we reeds berekend dat $L_{\text{Mizar}} = 225,45 L_{\odot}$. Met de formule van Pogson volgt hieruit dat $\log \frac{L_{\text{Mizar}}}{L_{\odot}} = \frac{2}{5} (M_{\odot} - M_{\text{Mizar}})$, waaruit volgt dat $M_{\text{Mizar}} = -1,09$. Dit vullen we in in de afstandsformule

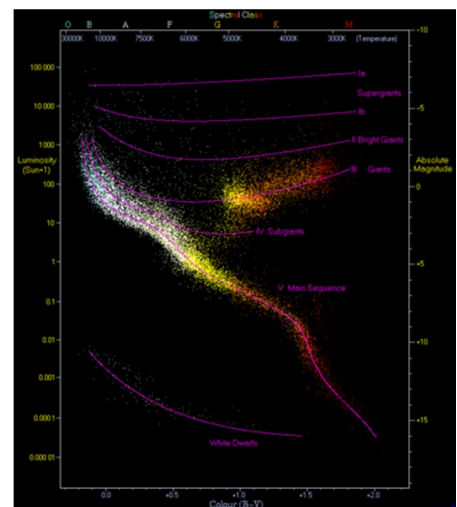
$$m_{MP} = M_{\text{Mizar}} - 5 + 5 \log d_{MP} \approx 1,06$$

Vraag 5

Neem nu aan dat Alcor (ster 1 uit de tabel hierboven) een hoofdreeksster is.

a) Geef een schatting voor het spectraaltype van Alcor. Daarbij mag gebruikgemaakt worden van bovenstaande (en eventueel daaruit berekende) informatie en van het Hertzsprung-Russell-diagram hiernaast rechts.

Eerder hebben we reeds de lichtkracht van Alcor gevonden ($L_1 = 13,12 L_{\odot}$). Als Alcor een hoofdreeksster is (lichtkrachtklasse V), dan kunnen we uit het HRD aflezen dat Alcor ongeveer spectraaltype A5 zal hebben.



b) Zoek op welke effectieve temperatuur voor Alcor hiermee overeenkomt.

Met spectraaltype A5V komt een effectieve temperatuur van ongeveer 8500 K overeen.

c) Bereken op welke golflengte de straling van Alcor maximaal is.

De golflengte $\lambda_{\max}$ waarbij een ster van temperatuur T maximaal straalt, kan berekend worden met de verschuivingswet van Wien: $\lambda_{\max} \cdot T = b$ waarbij $b = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$. Voor Alcor vinden we $\lambda_{\max} = 3,41 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 341 \text{ nm}$.

Open vragenreeks III: botsende sterrenstelsels

Vraag 1.

De Antennes (NGC 4038 en 4039) zijn twee botsende sterrenstelsels in het sterrenbeeld Corvus (Raaf). Aan de hand van radiowaarnemingen heeft men de roodverschuiving van deze stelsels kunnen meten, en daaruit afleiden dat hun afstand ongeveer 25 Mpc bedraagt (Mpc = megaparsec = 10^6 parsec).



Het dopplereffect kunnen we waarnemen als objecten die golven uitzenden (licht, geluid, ...) ons naderen of zich van ons verwijderen. Door die beweging wordt de golf samengedrukt of uitgerekt. Bij licht betekent een verandering in golflengte een verandering in kleur. Een kortere golflengte (samengedrukte golf) betekent meer naar het blauwe (naar links) in het spectrum, een langere golflengte (uitgerekte golf) meer naar het rode (naar rechts).

Het licht van sterren en sterrenstelsels wordt ook beïnvloed door het dopplereffect. Dankzij de atomaire emissie kan men dit dopplereffect nauwkeurig bepalen: men kan de golflengte van de absorptie of emissie meten, en die vergelijken met de gekende waarden uit metingen op Aarde. Aangezien de meeste sterrenstelsels zich van ons verwijderen, vertonen ze een dopplereffect naar de rode kant van het spectrum toe. Vandaar dat in de kosmologie vaak wordt gesproken van roodverschuiving.

De kosmologische roodverschuiving, de roodverschuiving ten gevolge van de uitzetting van het heelal, wordt tegenwoordig, via de wet van Hubble, gebruikt voor het bepalen van afstanden tot de verst verwijderde objecten in ons heelal.

b) Bereken de verwijderingssnelheid van de Antennes.

Hoewel de algemene verwijdering van sterrenstelsels bekend is sinds ongeveer 1920 uit de waarnemingen van onder andere Vesto Melvin Slipher (1875-1969), wordt de ontdekking van de expansie van het heelal onveranderlijk geassocieerd met de naam van Edwin Powell Hubble (1889-1953). In 1929 kon hij aantonen dat de galaxieën zich van ons schijnen te verwijderen met snelheden die evenredig zijn met hun afstand tot ons. De wet van Hubble kan geschreven worden als

$$v = H_0 d$$

met v de verwijderingssnelheid in km/s en d de afstand van de galaxie in Mpc. De parameter H_0 wordt de constante van Hubble genoemd en wordt meestal uitgedrukt in km/s/Mpc. Momenteel gebruikt men meestal de waarde $H_0 = 72$ km/s/Mpc.

Dit leidt tot een verwijderingssnelheid van 1800 km/s voor de Antennes.

Vraag 2.

SN 2008sr was een type Ia supernova die is waargenomen in de Antennestelsels. De figuur rechtsonder toont de lichtcurve van deze supernova.

a) Leg uit waarom type Ia supernovae kunnen gebruikt worden als standaardkaarsen om afstanden in het heelal te bepalen.

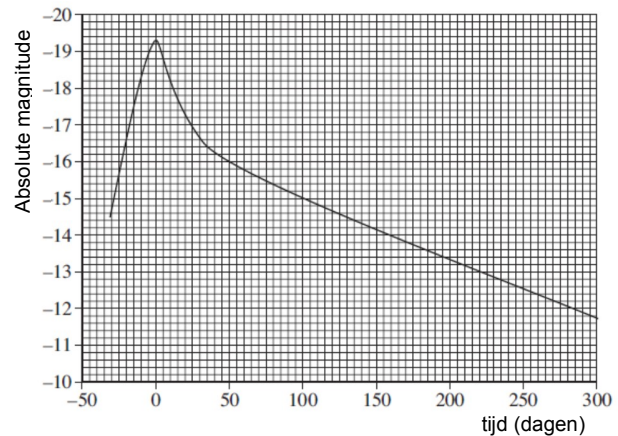
Supernovae van type Ia ontstaan door de ontploffing van een witte dwerg.

In 1960 opperden Fred Hoyle en William Fowler het idee dat een CO witte dwerg kan ontploffen wanneer in het inwendige kernreacties in gang worden gezet. Dat kan gebeuren wanneer een witte dwerg zich in een dubbelster bevindt. Ze kan dan door de

begeleider materie toegeworpen krijgen, waardoor ze zwaarder wordt. Wanneer de massa van de witte dwerg de zogenaamde Chandrasekharlimiet (1.38 keer de massa van de Zon) bereikt, kan ze niet meer aan haar eigen zwaartekracht weerstaan. De ster stort dan in elkaar. De inwendige temperatuur loopt snel op en er ontstaan kernreacties. Binnenin de witte dwerg zit de materie echter zeer dicht opeengepakt. De elektronen zijn er 'gedegenereerd' en de materie reageert nog nauwelijks op een verhoging van de temperatuur. Daardoor kunnen de temperatuur en het tempo van de kernreacties ongehinderd blijven oplopen. Het resultaat is een type Ia supernova-explosie die de ster volledig vernietigt.

Sterrenkundigen zijn het er over eens dat alle type Ia supernovae ontstaan in een nauwe dubbelster met ten minste één witte dwerg. Men is het echter niet eens over hoe de begeleider van de ontploffende witte dwerg er uit ziet. Hier zijn er twee mogelijkheden: de begeleider is een andere witte dwerg of het is een 'gewone' ster. In deze laatste categorie zijn nog verschillende varianten mogelijk: het kan gaan om een hoofdreeksster, een subreus, een heliumster of een reuzenster.

Ongeveer drie kwart van alle type Ia supernovae heeft dezelfde maximale helderheid, dezelfde lichtcurve en hetzelfde spectrum. Daarom ook gebruikt men dit type supernova als 'standaardkaars' om de afstand tot verafgelegen sterrenstelsels te bepalen. Op die manier leidden waarnemingen van type Ia supernovae tot de conclusie dat het heelal versneld uitdijt. Voor deze ontdekking kregen Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt en Adam G. Riess in 2011 de Nobelprijs voor natuurkunde. Ongeveer 15% van de type Ia supernovae wijkt echter af van de standaard. Deze afwijkende of 'peculiaire' supernovae kunnen zowel helderder als zwakker zijn dan normale explosies. Supernovae met een hogere helderheid hebben ook een blauwere kleur, een lichtcurve die langzamer verzwakt en vertonen hogere expansiesnelheden dan normale explosies. Zwakkere explosies geven een tegengesteld beeld. Zo waren de type Ia supernovae SN 2003fg, SN 2006gz, SN 2007if en SN 2009dc helderder dan normaal en was SN 1991bg een zwakkere type Ia supernova.



b) Op het ogenblik dat supernova 2008sr haar maximale helderheid bereikte, bedroeg de schijnbare visuele magnitude 12,9. Gebruik dit (samen met de figuur rechts) om de afstand van de Antennes (uitgedrukt in Mpc) te berekenen.

Uit de figuur valt af te lezen dat supernova 2008sr een absolute magnitude $M = -19,3$ heeft bereikt. Verder is gegeven dat haar schijnbare magnitude op dat ogenblik $m = 12,9$ bedroeg.

Omvormen van de afstandsformule

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

tot

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$$

waaruit

$$d = 27542287 \text{ pc} = 27,5 \text{ Mpc}$$

volgt.

c) Waarom is het belangrijk dat astronomen kunnen beschikken over verschillende onafhankelijke methodes om de afstanden tot sterrenstelsels te bepalen?

Merk eerst en vooral op dat de vraag hier gaat over verschillende onafhankelijke methodes om de afstanden tot sterrenstelsels te bepalen. Het is weliswaar een correct feit dat in de kosmische afstandsladder elke volgende stap gekalibreerd wordt aan de hand van een vorige stap, maar daarover gaat de vraag dus niet.

Het kunnen beschikken over meerdere onafhankelijke methodes is belangrijk om meerdere redenen. Stel dat men op meerdere onafhankelijke manieren de afstand tot een sterrenstelsel kan bepalen. Als deze bepalingen tot gelijkaardige resultaten leiden, dan geeft dit vertrouwen in de betrouwbaarheid van het resultaat. Anderzijds zal elke bepaling een zekere foutenmarge met zich meebrengen; de doorsnede van de foutvlaggen geeft dan aanleiding tot een veel nauwkeuriger resultaat dan wat men kan bekomen aan de hand van een enkele methode.

Het kan ook voorkomen dat verschillende onafhankelijke metingen aanleiding geven tot resultaten die niet met elkaar in overeenstemming zijn. Dit kan wijzen op een probleem. Zo heeft men supernovae waargenomen en ontdekt dat verder terug in de tijd (op een afstand van zes miljard lichtjaar) de supernovae veel zwakker waren dan verwacht. Blijkbaar was hun afstand tot de Aarde groter en dat vormt een bewijs voor de versnelde uitdijing van het heelal.

Open vragenreeks IV: speciale relativiteitstheorie

In het begin van de 20ste eeuw stelde er zich een fysisch probleem dat te maken had met de voortplanting van het licht. Experimenten hadden namelijk aangetoond dat de lichtsnelheid voor iedere waarnemer gelijk was aan eenzelfde snelheid c ($= 299792458$ m/s). Dit leidde tot de ontwikkeling van de speciale (1905) en algemene (1915) relativiteitstheorie door Albert Einstein. Hij ging uit van de volgende twee postulaten:

- De wetten van de fysica zijn dezelfde in alle inertiaalsystemen (het relativiteitsprincipe).
- De lichtsnelheid in vacuüm heeft dezelfde waarde in alle inertiaalsystemen (het principe van het constant zijn van de lichtsnelheid).

Deze principes werden later door Landau en Lifchitz als volgt geherformuleerd:

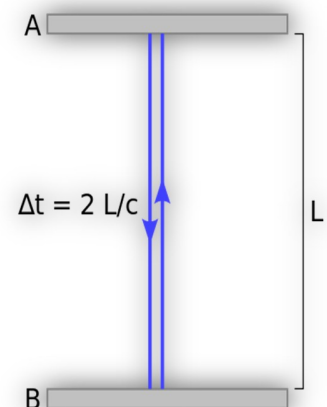
- De wetten van de fysica zijn dezelfde in alle inertiaalsystemen (het relativiteitsprincipe).
- De voortplantingssnelheid van fysische interacties is eindig.

Bij dit laatste principe is de lichtsnelheid dus een speciaal geval van het begrip 'voortplantingssnelheid van fysische interacties'. Dat licht zich met precies deze snelheid voortplant, komt doordat de rustmassa van fotonen (lichtdeeltjes) gelijk aan nul is. Hierdoor kan soms verkeerdelijk de indruk gecreëerd worden dat in de speciale relativiteitstheorie ruimte en tijd niet kunnen losgekoppeld worden van licht en haar eigenschappen. Begrippen als ruimte en tijd moeten vertaald worden naar het meten van afstanden en tijdsduren en deze worden bepaald door de voortplantingssnelheid van fysische interacties, die gelijk is aan de lichtsnelheid in vacuüm.

De combinatie van bovenstaande postulaten zorgt ervoor dat begrippen zoals tijd, lengte en gelijktijdigheid relatief zijn.

Vraag 1: tijdsdilatie

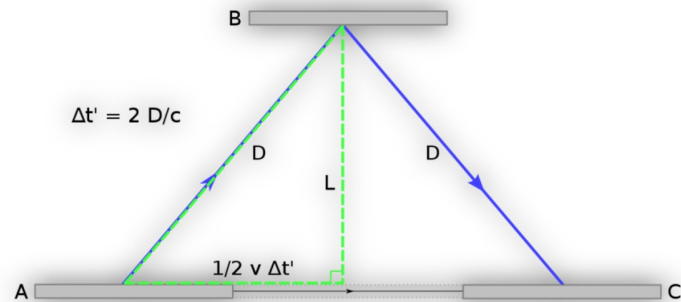
Stel dat een ruimtevaarder zich aan boord van zijn ruimteschip bevindt dat met een constante snelheid beweegt. De ruimtevaarder beschikt over een speciale lichtklok die hij kan gebruiken om het tijdstip tussen 2 gebeurtenissen te bepalen. De lichtklok ziet eruit zoals weergegeven in de figuur rechts. Op plaats B staat een lichtbron die een lichtpuls uitzendt; deze wordt weerkaatst door een spiegel die zich in A bevindt. Daarna wordt het licht gedetecteerd door een detector die zich ook in het punt B bevindt. De afstand tussen B en A is L en de snelheid van het licht is c . Bijgevolg zal de ruimtevaarder een tijdsduur $\Delta t = 2L/c$ waarnemen tussen het vertrekken en het terug detecteren van de lichtpuls.



De lichtklok die gebruikt wordt door de ruimtevaarder.

a) Maak nu zelf een schets van de situatie en de lichtklok zoals deze door een waarnemer buiten het ruimteschip (die 'stilstaat') gezien wordt. De lichtklok zal dus tegenover deze waarnemer met een snelheid v bewegen.

De situatie is weergegeven in de figuur rechts.



b) De waarnemer buiten het ruimteschip zal een tijd $\Delta t'$ waarnemen tussen het uitzenden en terug detecteren van de lichtpuls. Toon aan dat

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

De 'stilstaande' waarnemer ziet dat het licht een afstand $2D$ afgelegd heeft voordat het de detector bereikt. De tijd die voor hem verstrijkt tussen het uitzenden van de lichtstraal en het detecteren ervan is bijgevolg

$$\Delta t' = \frac{2D}{c}.$$

In deze tijd zal het ruimteschip een afstand $v\Delta t'$ afgelegd hebben. Uit de stelling van Pythagoras volgt

$$D^2 = L^2 + \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2.$$

Beide vergelijkingen combineren met $\Delta t = 2L/c$ levert

$$\frac{\Delta t'^2 c^2}{4} = \frac{\Delta t^2 c^2}{4} + \frac{v^2 \Delta t'^2}{4}.$$

Waaruit volgt dat

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

c) Als het ruimteschip zich beweegt met een snelheid van $0,6c$ (wat $0,6$ keer de lichtsnelheid is) en een 'stilstaande' waarnemer op Aarde neemt waar dat de reis 50 jaar duurt, hoeveel tijd is er dan verstreken op de klokken voor de ruimtevaarders die zich aan boord van het ruimteschip bevinden?

Uit vorige vraag volgt dat

$$\Delta t = \Delta t' \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Als het ruimteschip nu met een snelheid van $0,6c$ vliegt en voor de waarnemer op Aarde gaat 50 jaar voorbij, dan is er voor de ruimtevaarder in het ruimteschip

$$50 \text{ j} \times \sqrt{1 - 0,6^2} = 40 \text{ j}$$

voorbij.

Vraag 2: lengtecontractie

De waarnemer buiten het ruimteschip houdt een stok vast met een lengte $L' = 1 \text{ m}$ (voor de consistentie worden alle grootheden die waargenomen worden door de 'stilstaande' waarnemer met een ' aangeduid). De ruimtevaarder kan de lengte van de stok meten door zijn stopwatch in te drukken als hij aan het begin van de lichtklok passeert en opnieuw als hij aan het einde van de lichtklok passeert. Hij meet een lengte L voor de stok.

a) Stel een formule op die de relatie tussen L en L' weergeeft.

Als de ruimtevaarder aan het beginpunt van de stok passeert, drukt hij zijn stopwatch in. Als hij dan aan het eindpunt aankomt, drukt hij zijn stopwatch opnieuw in. Zowel de ruimtevaarder als de 'stilstaande' waarnemer zijn het eens over de snelheid v van het ruimteschip. De lengte van de stok kan dan door de ruimtevaarder bepaald worden door

$$L = v\Delta t.$$

waarin Δt het tijdsverschil is tussen het passeren aan begin- en eindpunt van de stok. De 'stilstaande' waarnemer neemt tussen deze gebeurtenissen een tijd $\Delta t'$ waar (Δt en $\Delta t'$ zijn gerelateerd door de formule bewezen in vraag 1b). De stok voor de 'stilstaande' waarnemer heeft dan een lengte

$$L' = v\Delta t'.$$

Gebruikmaken van de formule van tijdsdilatatie en de lengte waargenomen door de ruimtevaarder levert

$$L = v\Delta t' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

wat een antwoord biedt op de gestelde vraag.

b) Hoe lang is de stok vanuit het standpunt van de ruimtevaarder?

Wetende dat de stok een lengte van 1 m heeft en dat de snelheid van het ruimteschip 0,6c is, krijgen we, door gebruik te maken van bovenstaande formule, dat de ruimtevaarder een lengte van 0,8 m meet voor de stok.

Vraag 3: tweelingenparadox

Alice en Bob zijn tweelingen. Bob, die altijd al de grootste avonturier is geweest, vertrekt op een lange reis naar planeet X in een ander planetenstelsel. Planeet X bevindt zich op 4 lichtjaar afstand van de Aarde. Het ruimteschip waarmee Bob naar de andere planeet vliegt, doet dit met een constante snelheid van 0,8 c.

a) Hoeveel tijd is er voor Alice verstreken als Bob aankomt op de planeet?

Voor Alice wordt de tijd die het ruimteschip nodig heeft om planeet X te bereiken gegeven door

$$t = \frac{d}{v} = \frac{4 \text{ lj}}{0,8c} = 5 \text{ j}.$$

Er is dus 5 jaar voorbijgegaan voor Alice.

b) Alice kan de klok van Bob in de raket volgen. Hoeveel tijd is er voor haar broer verstreken gedurende de reis? Vergelijk deze tijd met de afstand tussen de Aarde en Planeet X. Wat kun je hierbij opmerken en hoe kan je dit verklaren?

Voor Bob is er is er een tijd

$$\Delta t_{\text{Bob}} = \Delta t_{\text{Alice}} \sqrt{1 - v^2/c^2} = 5j \times \sqrt{1 - 0,8^2} = 3j$$

verstreken. We merken hierbij op dat de tijd die voor Bob verstreken is (3 jaar) op het eerste gezicht in tegenstrijd lijkt met de afstand van 4 lichtjaar die overbrugd wordt. Het lijkt alsof Bob voor zichzelf sneller dan het licht bewogen heeft. Bob zal echter een lengtecontractie van de afstand van 4 lichtjaar waarnemen (doordat hij een snelheid van 0,8c heeft). De afstand die Bob waarneemt, is dan

$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 4lj \times 0,6 = 2,4lj.$$

Bob moet vanuit zijn standpunt dus 'slechts' 2,4 lichtjaar afleggen, waar hij met een snelheid van 0,8c inderdaad 3 jaar voor nodig heeft.

c) Wat met het feit dat beide waarnemers gelijkwaardig zijn? Bob kan ook zeggen dat Alice tegenover hem beweegt met een snelheid van 0,8 c. Dus zal Bob ook zien dat de tijd voor Alice trager verloopt dan zijn tijd. Toon aan dat Bob de klok van Alice slechts met 1,8 jaar vooruit ziet gaan. Dit verschilt van de tijd die je in vraag 1 berekend hebt. Dit probleem is gekend als de tweelingenparadox. Kun je uitleggen wat tot deze tegenstrijdigheid leidt?

Omdat beide waarnemers gelijkwaardig zijn, kan Bob dus zeggen dat Alice gedurende 3 jaar met een snelheid van 0,8c tegenover hem bewogen heeft. Daaruit volgt dat Bob gedurende zijn reis een tijd van

$$\Delta t_{\text{Alice}} = \Delta t_{\text{Bob}} \sqrt{1 - v^2/c^2} = 3j \times \sqrt{1 - 0,8^2} = 1,8j$$

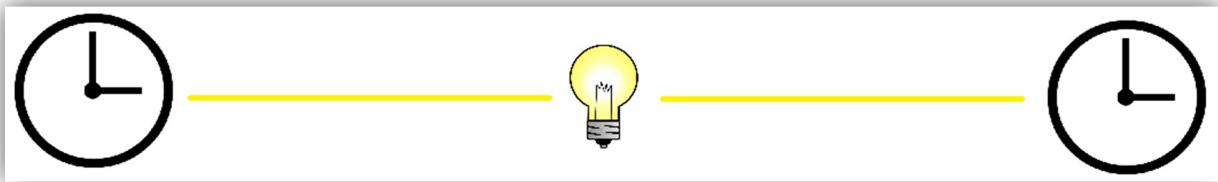
vooruit ziet gaan. Hieruit kan Bob dus besluiten dat de klok van Alice slechts 1,8 jaar vooruitgegaan is gedurende de reis, terwijl er eerder besloten kon worden dat er 5 jaar op de klok van Alice voorbijgegaan was gedurende Bob zijn reis. Deze tegenstrijdigheid is gekend als de tweelingenparadox.

De fout in bovenstaande redenering is echter dat er van uit gegaan wordt dat zowel Bob en Alice zich altijd in een inertiaalstelsel bevinden, zodat de speciale relativiteitstheorie van toepassing is. Bob zal echter gedurende zijn reis een versnelling (bij het vertrekken op Aarde) en een vertraging (bij het aankomen op planeet X) ondergaan. Op deze momenten bevindt Bob zich niet in een inertiaalstelsel en is de speciale relativiteitstheorie dus niet van toepassing.

Er kan echter ook gesteld worden dat Bob al zijn snelheid van 0,8c heeft op het moment dat hij Alice op Aarde passeert en dat hij ook doorvliegt bij planeet X zodat hij zich wel steeds in een inertiaalstelsel bevindt; dan stelt hetzelfde probleem zich en om dit op te lossen moet er eerst gekeken worden naar gelijktijdigheid van gebeurtenissen in de speciale relativiteitstheorie.

Vraag 4: gelijktijdigheid

Het probleem van de tweelingenparadox kan ook opgelost worden door naar gelijktijdigheid van gebeurtenissen te kijken binnen de speciale relativiteitstheorie. Dit kan gedaan worden door een opstelling te beschouwen zoals weergegeven in de figuur hieronder. Een lichtbron bevindt zich in het midden tussen twee klokken en als deze wordt aangelegd, zendt ze licht uit. Als het licht de klokken bereikt, dan treden de klokken in werking. Voor een waarnemer die stilstaat tegenover deze opstelling zullen beide klokken tegelijk in werking treden.



Een lichtbron bevindt zich in het midden tussen 2 klokken. Als het licht van de bron de klokken bereikt, treden deze in werking.

a) Toon aan dat voor een waarnemer die met een snelheid v naar links beweegt tegenover deze opstelling de linkerklok sneller in werking treedt dan de rechtse en dat het tijdsverschil tussen deze gebeurtenissen gegeven kan worden door:

$$\Delta t = \frac{L'v}{c^2} \gamma \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(L' is de afstand die waargenomen wordt in het 'stilstaande' referentiestelsel en Δt is het tijdsverschil dat Bob waarneemt op zijn klok!)

Voor een waarnemer die naar links beweegt tegenover de klokken kan gesteld worden dat de opstelling vanuit het standpunt van deze waarnemer naar rechts beweegt. De linker klok, die dan vanuit het standpunt van de waarnemer naar de lamp toe beweegt, zal eerder in werking treden. Als de linker klok op tijdstip t_1 in werking treedt, geldt voor dit tijdstip dat

$$ct_1 = \frac{L}{2} - vt_1,$$

waarin v de snelheid van de ruimtereiziger is en L de afstand tussen de twee klokken gemeten door de ruimtereiziger. Analoog treedt de rechterklok op een tijdstip t_2 in werking waarvoor geldt

$$ct_2 = \frac{L}{2} + vt_2.$$

Met behulp van bovenstaande vergelijkingen vinden we

$$t_1 = \frac{L}{2(c+v)},$$

$$t_2 = \frac{L}{2(c-v)}.$$

Het tijdsverschil tussen deze gebeurtenissen kan geschreven worden als $\Delta t = t_2 - t_1$, wat geschreven kan worden als

$$\Delta t = \frac{L}{2(c-v)} - \frac{L}{2(c+v)}$$

Dit verder uitrekenen levert

$$\Delta t = \frac{L(c+v)}{2(c^2-v^2)} - \frac{L(c-v)}{2(c^2-v^2)}$$

en dan verder

$$\Delta t = \frac{Lv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

Gebruiken we nu de formule voor lengtecontractie dan krijgen we

$$\Delta t = \frac{Lv}{c^2} \gamma \quad \text{met} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

b) Gebruik dit tijdsverschil om een verklaring te geven voor vraag 3 c.

Als Bob met een snelheid van $0,8c$ beweegt, dan is $\gamma = 5/3$.

Uit vorige vraag kan besloten worden dat tijdstippen die voor Alice gelijktijdig zijn, dat voor Bob niet meer zijn. Als Voor Alice de klokken op Aarde gelijk staan met die op planeet X zal Bob hiertussen een tijdsverschil waarnemen dat gegeven wordt door

$$\Delta t = \frac{Lv}{c^2} \gamma = \frac{4lj \times 0,8c}{c^2} \times \frac{5}{3} = 5,34 \text{ jaar.}$$

Maar vanuit Bobs standpunt kan besloten worden dat de planeten tegenover hem bewegen (gelijkwaardigheid van waarnemers) en hij moet rekening houden met de tijdsdilatatie voor Alice en de bewoners op planeet X. Dan krijgen we

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{5,34j}{5/3} = 3,2 \text{ jaar.}$$

Bob ziet dus dat de klok op de planeet $3,2$ jaar voorloopt op de klok op Aarde. Dus als hij aankomt op planeet X zal hij zien dat de klok $3,2$ jaar plus de $1,8$ jaar die hij ziet, vooruitgaan op de klok 5 jaar aan.

Opmerking: deze laatste stap kan overgeslagen worden als er in de formule voor het tijdsverschil tussen de gebeurtenissen vanuit Bob zijn standpunt al rekening gehouden wordt met de lengtecontractie die Bob waarneemt, die in zijn referentiestelsel stilstaande waarnemer is. Dan wordt direct het tijdsverschil tussen de gebeurtenissen in het bewegende stelsel (tegenover Bob) berekend:

$$\Delta t' = \frac{Lv}{c^2} \gamma = 3,2 \text{ jaar}$$

Deze formule kan ook verkregen worden door de gelijkwaardigheid van waarnemers te veronderstellen en de referentiestelsels met elkaar om te wisselen: Δt wordt $\Delta t'$ en L' wordt L .

Dit is het einde van de eerste ronde van
de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2015.